UNIDAD 4. MODELOS Y PREDICCIÓN

Propósitos: Culminar el estudio de la derivada y la integral con la construcción de un modelo que las involucra relacionado con situaciones de diversos contextos. Utilizar el modelo para hacer predicciones sobre el comportamiento general y puntual de las situaciones estudiadas.

Sección 1. Ejemplos de situaciones de variación cuya rapidez de cambio se comporta como:

$$\frac{dF}{dt} = kF$$

Los aprendizajes que debes obtener al terminar de estudiar esta sección son:

- Explorar en forma numérica, gráfica o algebraica, las condiciones de una situación dada.
- Identificar que el comportamiento de la rapidez de cambio asociada a la situación, se puede modelar a través del esquema:

$$\frac{dF}{dt} = kF$$

- Reconocer que para obtener la función que modela el problema tienes que recurrir a la integral para obtener una antiderivada.
- Tomar en cuenta las condiciones iniciales para obtener la solución particular que representa a la situación, y llegar a un modelo del tipo $F(t) = F_0 e^{kt}$.

Actualmente somos muy conscientes del poder que tienen los microorganismos para producir diversas enfermedades y la preocupación que esto genera. Por ejemplo, existe en el mundo una psicosis sobre los efectos de la llamada gripe aviar, los cuales en un descuido pueden ser catastróficos para la humanidad dada la capacidad de mutación del virus que la provoca, el H5N1 y que ya ha producido decenas de decesos en países de Asia.

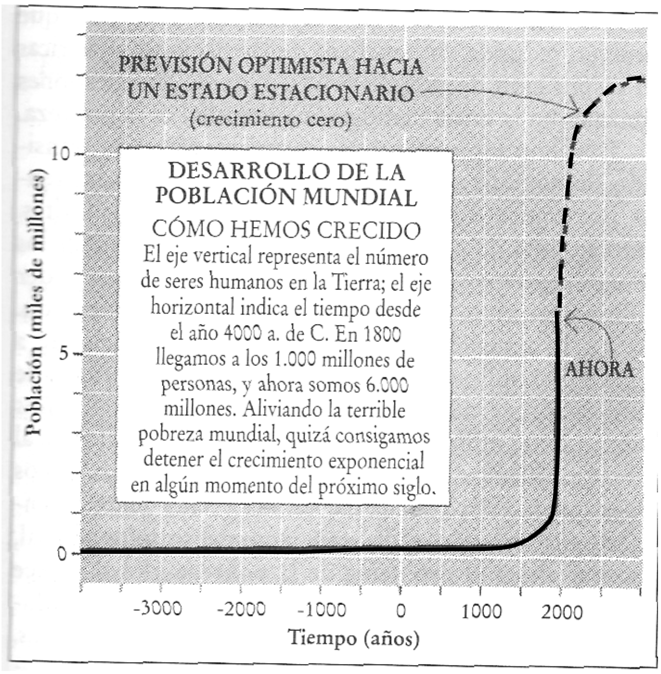
Nuestro país no ha sido la excepción en este tipo de emergencias pues recuérdese que ya en el año 2000, la enfermedad ENVV obligó a sacrificar ¡14 millones de aves! en la Comarca Lagunera dejando en el desempleo a 5 mil trabajadores de granjas avícolas (LA JORNADA, 15/nov/2005).

Este poder de los microorganismos para generar estas catástrofes se debe fundamentalmente a la forma en que crecen sus poblaciones lo que obliga a estudiarla y generar modelos que nos permitan realizar predicciones que contribuyan a tomar decisiones en beneficio de las sociedades.

Muchos de nosotros no estamos familiarizados en la forma como crecen las poblaciones. Al respecto resulta muy interesante lo planteado por el celebre científico norteamericano Carl Sagan en su obra póstuma *Miles de Millones* (2000):

> El **crecimiento exponencial** constituye también la idea crucial que subyace tras la crisis demográfica mundial. Durante la mayor parte del tiempo en que la Tierra ha estado habitada por seres humanos, su población ha sido estable, con nacimientos y muertes casi perfectamente equilibrados. Tal situación recibe el nombre de “estado estacionario”.

Tras la invención de la agricultura… la población humana comenzó a crecer, entrando en una fase exponencial,… En la actualidad hay cada día 240,000 nacimientos más que defunciones … En el gráfico se muestra el crecimiento de la población de la Tierra a lo largo del tiempo



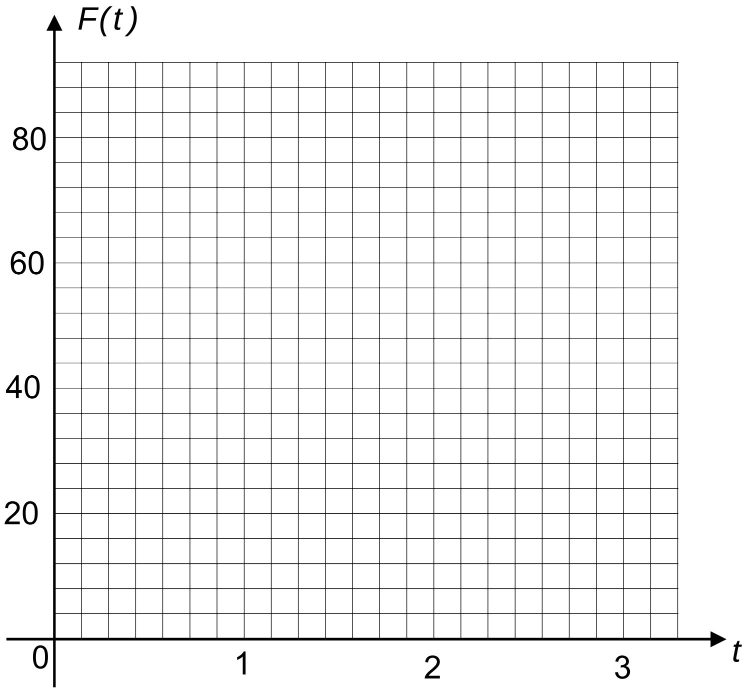
A continuación, Sagan establece que: "Existe una correlación global bien documentada entre la pobreza y la tasas de natalidad elevadas. …" y más adelante propone: "Nuestra tarea consiste en lograr una transición demográfica mundial y allanar esa curva exponencial (mediante la eliminación de la pobreza extrema, el logro de métodos anticonceptivos seguros, eficaces y accesibles a todos y la extensión del poder político real de las mujeres en los ámbitos ejecutivo, legislativo, judicial, militar y en las instituciones que influyen en la opinión pública)." Y a continuación sentencia: "Si fracasamos, el trabajo lo harán otros procesos que escaparán a nuestro control."

Con todo lo anterior, pretendemos hacer conciencia de este tipo de crecimiento poblacional, por lo que estimamos que es muy importante el análisis de los ejemplos que te presentaremos a continuación.

Ejemplo 1.
Se ha realizado un experimento en donde en un cultivo de laboratorio se ha contabilizado el número de bacterias *E. coli* (*Escherichia coli*) en millones por mililitro (ml) cada media hora. Los resultados durante las primeras 3 horas se muestran en la siguiente tabla:

Tiempo t (horas)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Número de bacterias $F(t)$ (Millones por ml)	1.3	2.6	5.2	10.4	20.8	41.6	83.2

Grafica esta función y argumenta de qué tipo es:



Las bacterias se reproducen por división binaria (cada una se divide en dos). De esta forma el ritmo de crecimiento de esta población es directamente proporcional al número de bacterias. (Esto se cumple hasta cierto punto pues en la realidad sucede que, por ejemplo, lo limitado de los nutrientes o las propias toxinas producidas por los organismos hace que estos procesos lleguen a lo que se conoce como *capacidad límite* en donde el crecimiento se inhibe. En nuestro análisis, no se consideraran dadas ese tipo de factores.

De esta forma, como $F(t)$ es el número de bacterias del cultivo en el tiempo t, la rapidez de crecimiento será:

$$\frac{dF(t)}{dt}$$

Dado que ésta rapidez es proporcional al número de bacterias, podemos escribir:

$$\frac{dF(t)}{dt} = kF(t)$$

En esta ecuación interviene la derivada de una función, función que no es conocida. La ecuación recibe el nombre de **ecuación diferencial** y su solución consiste en encontrar justamente dicha función $F(t)$. La constante de proporcionalidad k, se llama **constante de crecimiento.**

¿Cuál será la solución de la ecuación diferencial que modela nuestro problema?

¿Cuánto vale la constante de crecimiento?

¿En qué tiempo podría la población llegar a 900 millones de bacterias por mililitro?
Pasemos a contestar las preguntas. Consideremos la ecuación diferencial:

$$\frac{dF(t)}{dt} = kF(t),$$

de ella podemos pasar a:

$$\frac{dF(t)}{F(t)} = kdt ,$$

ecuación en donde las variables, *F* y *t*, se encuentran *separadas* por el signo de igual. Habiendo logrado eso, es posible integrar ambos lados de la igualdad:

$$\int \frac{dF(t)}{F(t)} = \int kdt ,$$

de donde

$$\ln|F(t)| = kt + c_1,$$
$$\ln F(t) = kt + c_1$$

esto último porque *F*(*t*) es positivo. Aplicando la función exponencial

$$e^{\ln F(t)} = e^{kt+c_1}$$
$$F(t) = e^{kt+c_1}$$
$$F(t) = e^{c_1}e^{kt}$$
$$F(t) = ce^{kt} ,$$

De la tabla sabemos que *F*(0) = 1.3, por lo que:

$$F(0) = ce^{k0}$$
$$c = 1.3$$

Para determinar el valor de k tomemos el valor de la tabla *F*(1) = 5.2, de donde:

$$F(1) = 1.3e^{k}$$
$$5.2 = 1.3e^{k}$$
$$k = \ln 4$$
$$k \approx 1.38629436111989$$

La solución de la ecuación diferencial $\frac{dF(t)}{dt} = kF(t)$ es:

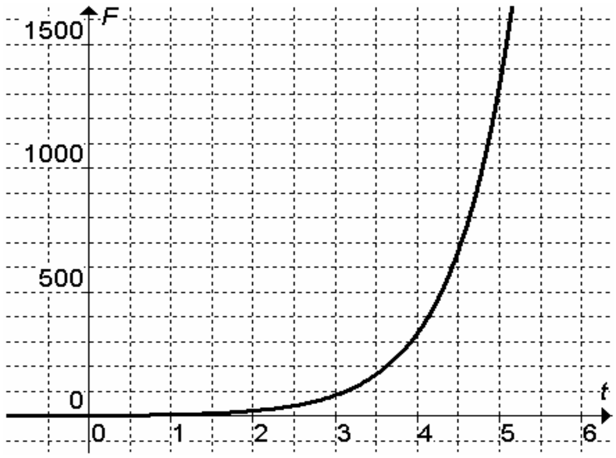
$$F(t) = F_0 e^{t\ln 4} ,$$

donde F_0 es igual a 1.3 millones de bacterias por mililitro, correspondientes a la población inicial.

Para determinar el tiempo en que la población podría llegar a 900 millones de bacterias por mililitro, resolvamos la ecuación:

$$900 = 1.3e^{t\ln 4}$$
$$\ln(e^{t\ln 4}) = \ln(\frac{900}{1.3})$$
$$t = \frac{\ln 900 - \ln 1.3}{\ln 4}$$
$$t \approx 4.71763478398165 \text{ horas}$$

La gráfica que describe el fenómeno, que fue la que debiste haber dibujado es:



El problema tratado, y la gráfica lo muestra, es un ejemplo de un fenómeno en el que se presenta un crecimiento exponencial

Te recordamos que el resultado obtenido y los que se presentan en la gráfica, no ha tomado en cuenta la capacidad límite de crecimiento de la población.

Existen otros fenómenos físicos que se comportan según las leyes de crecimiento o decrecimiento exponencial, tal es el caso de la desintegración de elementos radiactivos pues los experimentos han demostrado que la rapidez de desintegración de un elemento radiactivo es directamente proporcional a la cantidad presente de dicho elemento; esto obedece a que los elementos radiactivos son inestables y se desintegran gradualmente en otros más estables.

La rapidez de cambio de desintegración de un elemento radiactivo suele analizarse en lo que se conoce como semivida, es decir, el tiempo requerido para que la mitad de la masa inicial del elemento se haya desintegrado. Por ejemplo, se ha calculado que la semivida del carbono-14, ^{14}C, es de aproximadamente 5,730 años, o sea que si tenemos 2 gramos de ^{14}C, dentro de 5,730 años quedará 1 gramo. Esta propiedad es muy importante para datar restos fósiles pues se sabe que todo ser vivo ingiere continuamente ^{14}C hasta su muerte.

De esta forma, si $F(t)$ es la masa del elemento radiactivo presente en el instante t, la rapidez de cambio de su desintegración es:

$$F'(t) = kF(t)$$

Ejemplo 2.
Supongamos que tenemos 4 gramos de masa de ^{14}C, considerando que la su semivida es de aproximadamente 5,730 años,

a) ¿Cuál será la masa presente al tiempo t, $F(t)$?,

Para encontrar $F(t)$ hay que resolver la ecuación diferencial que modela el problema:

$$F'(t) = kF(t)$$

$$\frac{dF(t)}{F(t)} = kdt$$

$$\int \frac{dF(t)}{F(t)} = k\int dt$$

$$\ln F(t) = kt + c_1$$

$$F(t) = e^{kt+c_1}$$

$$F(t) = e^{c_1}e^{kt}$$

$$F(t) = ce^{kt}$$

b) Encuentra los valores de *c* y *k*.

De acuerdo a las condiciones iniciales, como *F*(0) = 4

$$F(0) = ce^{0}$$

$$4 = c$$

$$F(t) = 4e^{kt}$$

Y considerando su semivida, tenemos que $F(5730) = 2$, por lo que:

$$F(5730) = 4e^{5730k}$$

$$2 = 4e^{5730k}$$

$$\ln(\frac{1}{2}) = 5730k$$

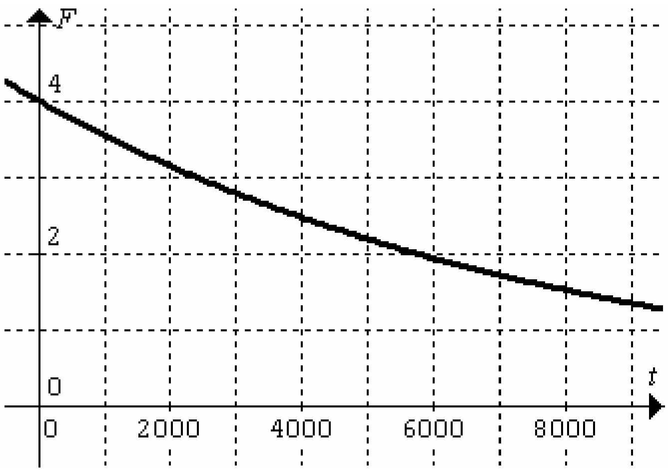
$$k = \frac{\ln(1/2)}{5730} = \frac{\ln 1 - \ln 2}{5730}$$

$$k = -\frac{\ln 2}{5730}$$

$$k \approx -0.000120778390060977$$

$$F(t) = 4e^{-\frac{\ln 2 - \ln 1}{5730}t}$$

c) Tabula y encuentra la gráfica de *F(t)*



d) ¿En cuántos años quedará sólo la tercera parte de la cantidad original?

$$\frac{4}{3} = 4e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

$$\ln(\frac{1}{3}) = -\frac{\ln 2}{5730}t$$

$$t = 5730 \frac{\ln 3}{\ln 2}$$
$$t \approx 9081.835129 \text{ años}$$

Antes de continuar, definiremos lo que se entiende por una ecuación diferencial: *Una ecuación que contiene una función desconocida y una o más de sus derivadas se llama ecuación diferencial.*

Las ecuaciones diferenciales con las que trabajaremos serán: ***ordinarias***, porque sólo aparecerá una variable independiente; de ***primer orden*** debido a que sólo aparecerán primeras derivadas; ***lineales*** pues los coeficientes sólo dependerán de la variable independiente, además de que la variable dependiente y sus derivadas son de primer grado

En las ecuaciones diferenciales que hemos resuelto utilizamos las que son llamadas *condiciones iniciales* para determinar la solución particular que se apegaba a nuestro problema, pues si no se tienen se encuentra una familia de soluciones.

Cuando la constante $k > 0$, se dice que tenemos un modelo que responde a la *ley de crecimiento exponencial*, y cuando $k < 0$ a la *ley de decrecimiento exponencial.*

Sección 2. Método de separación de variables.

- **Análisis del modelo F(t) = P_0e^{kt}**
- **Predicción del comportamiento de P(t) en el contexto de la situación.**

Los aprendizajes que debes obtener al terminar de estudiar esta sección son:

- Conocer el método de separación de variables para resolver la ecuación diferencial $\frac{dF}{dt} = kF$ y aplicarlo en algunos ejemplos.
- Utilices el modelo para hacer predicciones sobre el comportamiento general y puntual de la situación.
- Distingas la diferencia en el comportamiento del modelo $F(t) = F_0e^{kt}$ dependiendo del signo de k y lo que esto significa en las situaciones modeladas.
- Aprecies la importancia del modelo $P(t) = P_0e^{kt}$, al saber que se aplica en situaciones de índole diversa, y reconozcas a la vez, sus limitaciones.

Como ya lo has visto, existe una forma para llegar a la solución de ecuaciones diferenciales, conocido como el *método de separación de variables*. A continuación hacemos explícito dicho método.

Si una ecuación diferencial de primer orden se puede escribir de la forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)},$$

se dice que es separable o que tiene variables, debido a que se puede escribir separando las variables como sigue:

$$h(y)dy = g(x)dx$$

Habiendo separado las variables, se integran ambos miembros de la igualdad

$$\int h(y)dy = \int g(x)dx$$

y se determina la función $y = f(x)$.

Al aplicar el método de separación de variables hemos obtenido que si tenemos la ecuación diferencial

$$\frac{dP(x)}{dx} = kP(x),$$

su solución es

$$P(x) = P_0 e^{kx},$$

en donde P_0 representa una de las condiciones iniciales, la población inicial en el ejemplo 1 y la cantidad de materia inicial en el 2. El signo de k es importante, debido a que si es positivo nos indica *crecimiento exponencial* y si es negativo *decaimiento exponencial*.

Los ejemplos anteriores nos muestran que encontrar una solución particular de una ecuación diferencial separable de primer orden dependerá de las condiciones iniciales. Si no se tiene esa información, tendremos una familia de soluciones que dependerá de la constante de integración.

Ejercicios.

1. El problema del ahorrador. Un profesor de matemáticas recibió una herencia de 150 mil pesos. Tiene dudas de gastárselo o ahorrarlo. En los bancos le ofrecen un interés anual del 4.5%. Su deseo es comprarse un automóvil de 180 mil pesos. ¿Cuántos años debe esperar para que el dinero ahorrado junto con los intereses llegue a esa cantidad? ¿Le recomendarías gastárselo o seguir su plan?

Si a su herencia le llamamos *H* y al tiempo en años que la mantendría ahorrada *t*, completa la siguiente tabla:

t	0	1	2	3	4	5
H(*t*)	150000	150675		152034.1262	152718.2797	

a) Encuentra la ecuación diferencial que modela la situación planteada.
b) Determina la solución de la ecuación diferencial, *H*(*t*),
c) Considerando las condiciones iniciales establece los valores de c y k.
d) ¿Cuántos años se requieren para que logre acumular 180 mil pesos?
e) Traza la gráfica y analiza en ella el resultado que obtuviste y las predicciones que en ella aparecen.

2. El problema de las células. Un grupo de estudiantes de medicina inocula un cultivo de *Streptococcus A* (grupo de bacterias que producen infecciones en la garganta) que contiene 120 células. Cuando el cultivo se analiza 60 minutos más tarde, contiene 550 células. Supongamos que el fenómeno se comporta según el modelo $P'(t) = kP(t)$, en donde la solución de esa ecuación diferencial, $P(t)$ es el número de células al tiempo *t*, k es la constante de

crecimiento y $P'(t)$ es la rapidez de cambio del número de células con respecto al tiempo.

a) Para encontrar la solución de la ecuación diferencial determina los valores de P_0 y k en la solución $P(t) = P_0 e^{kt}$.

b) Escribe el modelo que predice el número de células en cualquier tiempo t

c) El tiempo que tarda en duplicarse la población.

d) Finalmente, con diferentes valores de t grafica la función.

e) Completa la tabla y traza la gráfica.

Tiempo t (en minutos)	0	30	60	90	120	150	180
Número de Células F(t)			550	1177			

3. Supongamos que tenemos 50 gramos de ^{14}C:

a) La ecuación diferencial que modela la situación es $F(t) = F_0 e^{kt}$, ¿cuánto vale F_0?

b) ¿Cuál es el valor de k, qué signo tiene y por qué?

c) ¿Cuánta masa quedará dentro de 100 años? a) F_0 = 50 gramos

Bibliografía

1. James Stewart, "Cálculo. Conceptos y Contextos". Thomson, México, 1999. Secciones de 7.1 y 7.4.
2. Smith, Robert y MInton Roland. "Cálculo". Vol. 1. Mc. Graw Hill, México, 2004. Secciones 6.5 y 6.6.

OTROS (Revisar)

Un grupo de alumnos de ingeniería ha diseñando un bote con motor para realizar recorrer pequeños lagos. Han determinado que el estudiante que lo manejará en su recorrido experimental y el bote con el equipo que llevará, todo junto, tiene un peso de 981 kg. El motor que diseñaron proporciona un empuje, equivalente a una fuerza constante, de 120 kg. Han calculado que el agua presentará una resistencia al movimiento directamente proporcional a la velocidad del bote. También encontraron que la resistencia del agua cuando el bote viaja a 10 m/seg será equivalente a una fuerza de 25 kg. Para ayudar al arranque le darán un fuerte empujón que le proporcionará una velocidad inicial de 2 m/seg. Desean conocer la velocidad a la que podrá viajar el vote durante su trayectoria.

Cuando modelaron el problema se dieron cuenta que la segunda ley de Newton le permitía establecer que la fuerza resultante F que actuará sobre el bote es el resultado del empuje del motor y la fuerza de resistencia que presentará el agua, la cual, como se ha dicho es directamente proporcional a la velocidad que alcance el bote, por lo que se puede escribir:

$$F - \mathrm{k}v = 0,$$

o bien que

$$F = \mathrm{k}v$$

Para determinar k observemos que a la velocidad de 10 m/seg la fuerza de resistencia es equivalente a 25 kg, por lo que:

25 = 10k

$$k = \frac{5}{2}$$

Como F = ma, y $a = \frac{dv}{dt}$, tenemos que:

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{5}{2}v$$

Además, como el peso de todo el bote con el tripulante es de 981 kg, su masa será:

$$m = \frac{\text{peso}}{g} = \frac{981}{9.81} = 100$$

$$100\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{5}{2}v(t)$$

Resolvamos la ecuación diferencial. Primero separamos las variables, luego integramos

$$\frac{dv(t)}{v(t)} = -\frac{1}{40}dt$$

$$\int \frac{dv(t)}{v(t)} = -\frac{1}{40}\int \mathrm{k}dt$$

$$\ln v(t) = -\frac{t}{40} + c$$
$$v(t) = e^c e^{-\frac{t}{40}}$$

Con ayuda de las condiciones iniciales encontremos el valor de c. Recordemos que el impulso inicial, es decir al tiempo *t* = 0 fue de 2 m/seg y que cuando la velocidad del bote es de

$v(0) = e^c$

$e^c = 2\frac{m}{seg}$

La solución de la ecuación diferencial y respuesta a la pregunta de la velocidad a la que podrá viajar el bote es:

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{40}},$$

donde v_0 corresponde a la velocidad inicial propiciada por el empujón que se le dio al bote.

Con ayuda de la ecuación se puede predecir a los cuantos segundos alcanzará una velocidad de 20 m/seg. Completa los pasos que hagan falta:

$$20 = 2e^{-\frac{t}{40}}$$

$$-40\ln 10 = t$$

¿Cuál será la velocidad que alcanzará el bote?

¿Cuánto vale la constante k?

El problema de la población.

Un modelo para el crecimiento de poblaciones que se puede establecer se basa en la hipótesis de que ésta crece con rapidez proporcional a su tamaño. Si P representa a la población al tiempo t y k a la constante de proporcionalidad), el modelo quedará como:

$$\frac{dP(t)}{dt} = kP(t), \quad \frac{dP(t)}{P(t)} = kdt, \quad \int \frac{dP(t)}{P(t)} = \int kdt, \quad ln|P(t)| = kt + c$$

Como *P(t)* es positiva tendremos

$$ln P(t) = kt + c, \quad P(t) = e^{kt+c}$$

Ahora bien, cuando iniciamos el proceso partimos de una población inicial, a la cual llamaremos P_0 y en ese momento t será igual a cero. Por lo anterior

$$P(0)=e^{k0+c}=e^{c}=P_0\,,\;\; P(t)=e^{kt+c}=e^{kt}e^{c}\,,\;\; P(t)=P_0e^{kt}$$

En el año 2004 México contaba con 102.2 millones de personas y en eñ 2005 con 105 millones: (a) ¿cuántos habitantes habrá en este año?; (b) ¿hace cuántos años México tenía 90 millones de habitantes?; (c) ¿Cuándo tú tengas 25 años, cuántos millones de habitantes tendrá México?

En una fábrica se elabora un tipo de material que salé manufacturado a una temperatura de 30 grados centígrados. El material se pasa a una cámara Si para poder trabajar con el necesitamos que A las 19:00 horas y a una temperatura ambiente de 20 grados centígrados terminó de hornearse la comida a una temperatura de 150 grados centígrados. Si para saborear el guiso debemos esperar hasta que adquiera la temperatura ambiente, ¿cuánto tiempo debemos esperar en total si pasada 10 minutos estaba a 80 grados centígrados?

Para resolverlo recordemos que la ley de enfriamiento de Newton nos dice que los objetos calientes se enfrían hasta la temperatura que los rodea conforme la siguiente ecuación

$$\frac{dT(t)}{dt}=-kT(t)\,,$$

en donde $T(t)$ es la diferencia de temperatura entre el objeto y lo que lo rodea, k es una constante de proporcionalidad y t es el tiempo transcurrido a partir de que inicia el enfriamiento.

Pasemos a resolver la ecuación diferencial planteada. De ella obtenemos que:

$$\int\frac{dT(t)}{T(t)}=-k\int dt$$

$$\ln|T(t)|=-kt+c_1$$

Como T(t) > 0,

$$T(t)=e^{c_1}e^{-kt}$$

$$T(t)=ce^{-kt}$$

Considerando que $T(0)$ = 150, tenemos que:

$$150=c$$

$$T(t)=150e^{-kt}$$

Como $T(10)$ = 80,

$$80=150e^{-10k}$$

$$-10k=\ln(\frac{80}{150})$$

$$k=-\frac{\ln 8-\ln 15}{10}$$

$$k\approx -0.0628608659422374$$

$$T(t)=150e^{\frac{\ln 8-\ln 15}{10}t}$$

El tiempo necesario para que la temperatura disminuya a 20 grados centígrados, se obtiene de:

$$20 = 150e^{\frac{\ln 8 - \ln 15}{10}t}$$

Completa los pasos hasta llegar a que:

$$\ln(\frac{2}{15}) = \frac{\ln 8 - \ln 15}{10}t$$

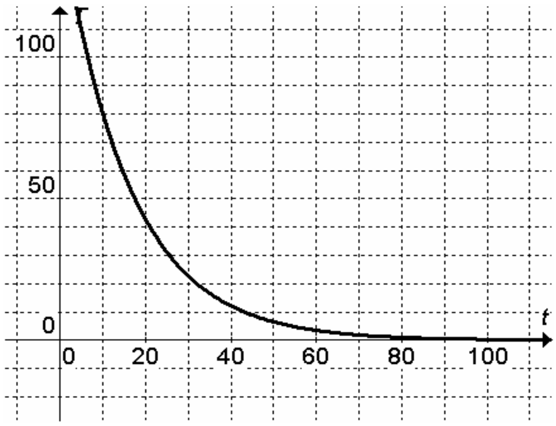
$$t = 10\frac{\ln 2 - \ln 15}{\ln 8 - \ln 15}$$

$$t \approx 32.0533767764789 \text{ minutos}$$

Así pues, deben pasar aproximadamente 32 minutos para llegar a la temperatura que deseamos.

Comprueba que si tabulas la función $T(t) = 150e^{\frac{\ln 8 - \ln 15}{10}t}$ y trazas la gráfica se tendrá que:

t	$T(t) = 150e^{\frac{\ln 8 - \ln 15}{10}t}$
0	150
10	80
20	42.67
30	22.76
40	12.14
50	6.47
60	3.45
70	1.84



La gráfica nos muestra que el fenómeno que estamos tratando es del tipo de decaimiento exponencial. Observa que conforme la ley de enfriamiento de Newton la temperatura a la que se debe tender es de 20 grados centígradas, por lo que las predicciones que aparecen de 40, 50, etc. Grados no corresponden a la realidad.

El modelo de decrecimiento o decaimiento exponencial como también suele llamarse, es aplicable a otros tipos de problemas como son los que plantean la rapidez con que salen agentes externos a un sistema, como por ejemplo la rapidez de salida de contaminantes de un lago, o bien de manera análoga, la rapidez con que un medicamento sale del cuerpo. En ambos casos la rapidez de desalojo, ya sea de contaminantes o de medicamento, es proporcional a la cantidad que queda en el cuerpo cuando el contaminante o medicamento se ha suspendido. La ecuación diferencial que modela este tipo de situaciones es:

$$Q'(t) = -kQ(t).$$

en donde Q es la sustancia (medicamento, contaminante,…) que queda.

Ejercicio 4.

Un deportista ingiere 10 miligramos de una sustancia prohibida y desea saber en cuánto tiempo habrá eliminado el 80% de esa sustancia, si su vida media en el organismo es de 40 horas.

a) ¿Cuál es la solución de la ecuación diferencial con base a las condiciones iniciales?

b) ¿En cuántas horas habrás desalojado el 80% de la sustancia?

$$Q(t) = -10e^{\frac{\ln 2}{40}t}$$

Analicemos esta última situación. Si denotamos con Q la cantidad que queda de medicamento, tendremos el siguiente modelo:

$$Q'(t) = -kQ(t)$$

¿Cuál es la solución de esta ecuación diferencial? $Q(t) =$

Explica el por qué del signo negativo de k=0.0173286795139986

La constante k depende de la cantidad de medicamento y Q_0 es la cantidad de medicamento en el cuerpo en el tiempo cero, cuando se ingiere. Los médicos en general consideran el concepto de vida media en estas situaciones.

Consideremos que el ácido Valproic es un medicamento que se emplea para controlar la epilepsia; su vida media en el cuerpo es de aproximadamente 15 horas. De esta forma, usando tu solución del punto 1 anterior, realiza el procedimiento para determinar la constante de decaimiento:

$k \approx$

2 ¿En qué tiempo quedará en el cuerpo solo el 10% de la dosis original? Realiza tu procedimiento para comprobar que $t \approx 50$ horas.